

叶根连接模型的干摩擦微滑移性能

陈俊杰¹, 臧朝平¹, 周 标¹, PETROV E²

(1. 南京航空航天大学 能源与动力学院
航空发动机热环境与热结构工业和信息化部重点实验室, 南京 210016;
2. 苏塞克斯大学 工程与设计学院, 布赖顿 BN1 9QT)

摘 要: 采用在接触面上建立多个接触对以模拟叶根处微滑移的方法和控制变量法, 获取稳定状态下二维叶根接触面上摩擦力和相对位移的迟滞回线, 分析评估了参考点、网格分配、切向和法向载荷、接触刚度、摩擦因数等参数在微滑移中的影响, 从一个新角度考察了叶根干摩擦微滑移的性能。分析结果表明在采用微滑移模型研究叶根连接时, 不同参数的选择对其干摩擦性能均有影响。接触单元的数量影响结果的精度, 接触面上参考点的选择影响迟滞回线的描述, 切向载荷影响迟滞回线中相对位移的大小; 法向接触刚度的降低会明显增加相对位移和微滑移区域的大小, 切向接触刚度的增加使叶根处更容易进行类似刚体运动的宏观滑移; 摩擦因数和正压力的增加使得微滑移区域增加, 但两者的影响并不完全一样。同时, 从耗散能的角度研究了接触参数的减振效果。

关 键 词: 微滑移性能; 干摩擦; 涡轮叶盘; 叶根连接; 数值分析; 迟滞回线
中图分类号: V231 **文献标志码:** A

Micro-slip properties for dry friction of blade root joints

CHEN Junjie¹, ZANG Chaoping¹, ZHOU Biao¹, PETROV E²

(1. Key Laboratory of Aero-engine Thermal Environment and Structure,
Ministry of Industry and Information Technology,
College of Energy and Power Engineering,
Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;
2. College of Engineering and Design,
University of Sussex, Brighton BN1 9QT, United Kingdom)

Abstract: Several contact pairs were built on the contact surface to simulate the micro-slip at the blade root joint. Control variate method was employed to gain the hysteresis loop with friction force and relative displacements in two-dimensional blade root joints contact surface under steady vibration. Analysis and assessments were carried out for parameters such as reference nodes, mesh configuration, tangential and normal loads, contact stiffness and friction coefficient, providing a new insight for investigating the micro-slip property of blade root dry friction. The results showed that when investigating the behavior of blade root joints with micro-slip model, the choices of different parameters had influence on the dry friction properties. The contact element amount affected the accuracy of the results, and the

收稿日期: 2018-03-07
基金项目: 国家自然科学基金(11372128); 国家自然科学基金委员会与中国工程物理研究院联合基金(U1730129);
江苏省基础研究计划(自然科学基金)(BK20161485); 中央高校基本科研业务费专项资金(20160019)
作者简介: 陈俊杰(1989—), 男, 博士生, 主要从事航空发动机结构干摩擦减振研究。
引用格式: 陈俊杰, 臧朝平, 周标, 等. 叶根连接模型的干摩擦微滑移性能[J]. 航空动力学报, 2019, 34(2): 305-312. CHEN Junjie, ZANG Chaoping, ZHOU Biao, et al. Micro-slip properties for dry friction of blade root joints[J]. Journal of Aerospace Power, 2019, 34(2): 305-312.

reference nodes used gave different descriptions to the hysteresis loop. Tangential load made the relative displacement in hysteresis loop different. The decrease of normal contact stiffness can increase the relative displacement and micro-slip region. The increase of tangential contact stiffness made the blade root move easier with macro-slip like rigid motion. Friction coefficient and normal pressure increased the micro-slip region, while the influence was not absolutely the same. Meanwhile, the damping effects of contact parameters were investigated by way of dissipated energy.

Key words: micro-slip property; dry friction; turbine bladed disc; blade root joints; numerical analysis; hysteresis loop

涡轮叶盘在工作情况下,叶片会由于共振而产生高周疲劳损坏,因此,在工程上,叶盘结构常引入带摩擦接触面的阻尼结构,比如,叶冠、凸肩、缘板^[1-3]、叶根^[4-5]和螺栓连接等,通过耗散掉一部分能量来抑制叶盘振动,控制叶片的疲劳损伤。文献[6-7]中对带摩擦阻尼的叶盘结构动力学分析的研究现状进行了综述。摩擦阻尼分析最简单的模型是库仑摩擦模型^[8-9],此模型就是在叶片和阻尼块之间建立一个一维的弹簧振子。之后 Iwan^[10]提出了一种目前广泛应用的一维双线性迟滞力模型。在此基础上,Yang 和 Menq^[11-12]建立了考虑切向运动和变正压力的二维接触运动学模型,并使用谐波平衡法来进行计算分析。文献[13-15]则在二维接触运动学模型中考虑了常正压力下的平面运动来进行非线性动力学分析。Yang, Petrov, Schwingshackl 等^[16-18]建立了考虑变正压力下平面运动的三维接触运动学模型,分析了时域中摩擦阻尼对叶盘振动的影响情况。

然而,接触面干摩擦存在微滑移,且微滑移能产生结构阻尼。所谓微滑移就是界面的相对切向位移发生在接触面一部分上,而在其他部分的接触面上仍然保持黏滞状态,也就是接触面没有产生滑动,整体接触面没有发生切向相对运动的一种现象^[19]。前面所提到的摩擦阻尼模型皆为宏观滑移模型,无法用来对接触面局部滑动的微滑移效果进行全面的描述^[20]。微滑移模型可以通过在接触面上同时使用一系列宏观滑移模型,而其中一些宏观滑移的阻尼块能够在另一些阻尼块之前发生滑动来构造^[21]。文献[22-26]采用微滑移模型在缘板及法兰连接处进行了干摩擦非线性计算方法的研究及应用。

文献中大量使用了宏观滑移模型来研究带摩擦接触结构的动力学性能,也有一部分使用了微滑移模型进行动力预测分析。但在使用微滑移模型进行分析的文献中,针对叶根连接摩擦中微滑

移性能的影响所进行的数值研究还比较少。

本文的目的是进行叶根连接的微滑移转换及其迟滞回线的分析研究,并以此为基础来评估接触表面参数等对叶根微滑移性能的影响。文中探究了二维叶根模型中多种影响参数,包括摩擦因数、接触刚度的影响。同时计算了叶根接触面在一个振动周期中的耗散能以及载荷与叶根连接参数对此耗散能的影响。

文献中通常使用计算阻尼影响下幅值衰减与频率偏移的方法来考察阻尼的减振效果。本文提供一个新的研究角度,可以通过计算并绘制二维叶根连接模型的迟滞回线,分析迟滞回线在各种参数影响下的变化情况,来获得这些参数对叶根微滑移性能的影响规律。本文的结果可对干摩擦阻尼减振设计中连接参数的设置提供参考。

文章第一部分介绍了发展和应用于微滑移分析的主要方法。第二部分以一个相对简单的二维叶根模型为对象开展了数值研究。

1 微滑移的分析方法

带非线性摩擦接触面结构的强迫响应分析方程可以写成如下形式:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) + \mathbf{f}[\mathbf{q}(t)] = \mathbf{p}(t) \quad (1)$$

其中 $\mathbf{q}(t)$ 是所考虑的模型所有自由度上的位移向量; $\mathbf{K}$ 、 $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{M}$ 是对应的刚度矩阵、黏滞阻尼矩阵和质量矩阵; $\mathbf{f}[\mathbf{q}(t)]$ 是考虑模型任意节点时的外激励向量; $\mathbf{p}(t)$ 是外激励向量。

而对带非线性摩擦接触面的结构进行响应分析需要在接触面上建立摩擦模型。在考虑接触面微滑移运动时,从不同尺度来看,有两种主要的阻尼产生方式:一种是两个物体在局部接触面上滑移;另一种是在粗糙表面微凸物间滑动,如图 1 所示。

在应用于摩擦接触模型进行研究时,需要同

时提供模型中诸如摩擦因数、法向和切向接触刚度等参数。结构接触面间的接触刚度源自粗糙面的刚度,通常情况下需要通过试验来确定其数值^[27]。

本文对带接触面的叶根有限元模型进行 ANSYS 瞬态强迫响应分析,通过计算所有时间步下叶根连接有限元模型的变形,以及摩擦力和法向应力,来进行微滑移的分析研究。对带接触面的叶根进行强迫响应分析具体流程如图 2 所示。

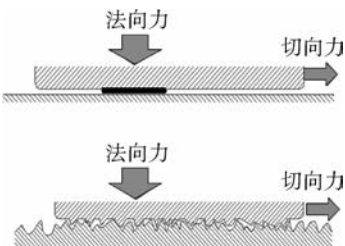


图 1 微滑移运动的两种阻尼来源

Fig.1 Two damping sources of micro-slip

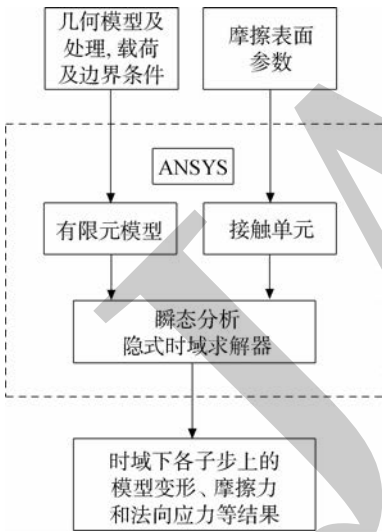


图 2 带接触的强迫响应有限元分析流程图

Fig.2 Flow diagram of finite element analysis for forced response with contact

首先通过建立二维叶根有限元模型来研究摩擦接触面上的微滑移行为。为了降低计算时间,在简化叶根模型中没有对叶身部分进行建模。在计算过程中用叶根和盘在接触面上的载荷来模拟叶根连接处的相互作用。

然后在使用 ANSYS 进行计算分析过程中,应用隐式时域求解器来求解时域中的运动方程组。在叶根连接的接触面上建立面面接触单元,并且在每对接触点上应用考虑变正压力的宏观滑移模型。当所应用的大量的接触模型中的一部分

发生滑移时,就能够获得微滑移的效果。

对叶根连接微滑移影响的研究参数可以大致分为三种:①控制精度和计算时间的分析参数;②定义非线性模型和激励的建模参数;③描述接触面属性的接触面参数。

分析参数的选择包括接触体的有限元网格,接触面单元网格质量,以及 ANSYS Workbench 中非线性接触方程求解器等。

建模参数主要是考虑载荷的影响,本文中考虑了静动态载荷的组合效果。静载模拟了叶盘旋转带来的离心力,而动载模拟了作用在叶片上的气动激振力。这两部分载荷通过等效的思想,作用于叶片和叶根的连接截面上。分析过程中假设此动载随时间简谐变化,并且认为叶片振动频率远小于不带叶片的叶根连接叶盘模型的固有频率,因此所选的激励频率不会对接触面性能有太大的影响。

接触面参数包括摩擦因数,以及由接触面粗糙度产生的法向和切向的接触刚度。摩擦接触参数的值取决于材料、表面光洁度、表面粗糙度、温度等。通常这些值需要通过试验来获得^[28],本文中探究了这些参数对叶根连接的微滑移性能的影响。

最后在使用 ANSYS 对带接触的二维叶根模型进行强迫响应求解时,需要考虑求解方法的选择。ANSYS 中非线性接触问题求解方法有罚函数法、拉格朗日乘子法和增广拉格朗日法。罚函数法和增广拉格朗日法均在接触对的法向和切向设置了用于模拟弹簧的接触刚度。不同点在于后者在每一步迭代过程中都对接触刚度数值进行修改。由于每一步都改变接触刚度,增广拉格朗日法对接触刚度的设置不是那么敏感。其缺点是在计算过程中,一旦网格过于扭曲,就需要更多的迭代步来获得收敛解。经过测试,选用了增广拉格朗日法,因为此方法结合了求解的稳定性和高精度。而拉格朗日乘子法在黏滞状态下也会有微小滑移,在微滑移的研究中不合适。

图 3 是一个从试验中获得的典型的迟滞回线的示例,图中 Δf 为摩擦力变化量, Δx 为相对位移变化量, k_t 为切向接触刚度。其中摩擦因数表现了正压力与摩擦力之间的关系。接触刚度是一个点在黏滞状态下的切向力和相对位移之间的关系。微滑移是黏滞和宏观滑移之间的一个转化过程。相对位移的振幅定义为两接触面间相对位移差。

值得注意的是传统迟滞回线的描绘对象多为

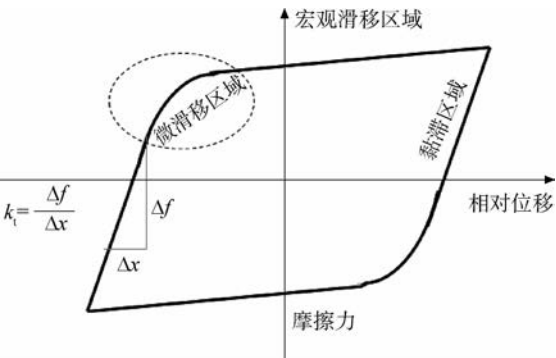


图 3 典型迟滞回线示意图

Fig. 3 Schematic diagram of typical hysteresis loop

宏观滑移接触面，所选的点能够代表接触面上所有接触点的相对位移。而在微观滑移中，接触面上不同点的相对位移有很大差别。因此，用不同的参考点所绘制的迟滞回线也不相同。本文中就参考点选择也进行了分析。

将接触点的摩擦力和位移从 ANSYS 中读取出来，然后导入 MATLAB 程序中进行处理，以获得某种形式的结果来分析叶根连接接触的微滑移效果。整个接触面上的摩擦力向量如下：

$$\mathbf{F}(t) = \sum_{j=1}^N \mathbf{f}_j(t) \quad (2)$$

其中 N 是接触面上所考虑的接触点总数， $\mathbf{f}_j = [f_j^1 \ f_j^2]^T$ 是三维模型中第 j 个节点的摩擦力向量，在二维模型中是一个标量。一个周期 T 中耗散能 W 的计算方法如下：

$$W = \int_0^T \left[\sum_{j=1}^N \mathbf{f}_j^T(t) [\dot{\mathbf{u}}_j^{\text{contact}}(t) - \dot{\mathbf{u}}_j^{\text{target}}(t)] \right] dt \quad (3)$$

其中 $\dot{\mathbf{u}}_j^{\text{contact}}$ 和 $\dot{\mathbf{u}}_j^{\text{target}}$ 是第 j 个接触单元接触面和目标面上切向的速度向量。这些速度沿着接触面的切线方向。

2 二维简化叶根模型数值分析

本小节以一个二维简化叶根模型为例，进行叶根微滑移性能的数值分析。此简化叶根模型由两部分组成：一部分模拟叶根；另一部分模拟轮盘上与叶根连接的部分。通过在叶根截面上施加用以模拟离心力的恒定法向载荷使两部分接触，而用简谐变化的切向力来模拟叶片上的气动力的影响。为了探讨微滑移的基本原理，以及接触参数和载荷参数在微滑移转换中的影响，二维简化叶根模型包含 4 859 个面单元，接触面上采用面面接触单元，在叶根截面上施加一个 $p_n = 60 \text{ MPa}$ 的

正压力，切向载荷以 $p_t(t) = p_{t,\max} \sin(\omega t)$ 形式变化，振幅 $p_{t,\max} = 25 \text{ MPa}$ ，载荷和轮盘上的边界条件如图 4 所示。

由于这个叶根模型有两个接触面，而这些接触面上的法向载荷是倾斜的，这就使得叶根部分不会轻易发生刚体运动。这两个接触面上节点的编号如图 4 所示。计算中使用的法向和切向接触刚度为 $k_n = k_t = 10^5 \text{ N/mm}^3$ ，摩擦因数 $\mu = 0.4$ 。这些参数都是参考量，在之后的研究中，通过使用分离变量的方法，考察各个参数改变时迟滞回线的变化情况来研究其在微滑移中的影响。

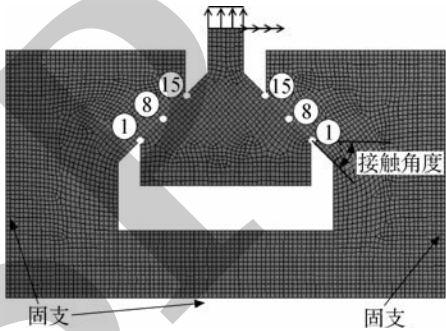


图 4 二维简化叶根模型

Fig. 4 Two-dimensional simplified blade root model

2.1 网格分配的影响

由于有限元模型的网格密度和接触单元数量对计算效率和精度有非常大的影响，所以首先需要进行有限元模型规模影响的考察。而计算效率和计算精度又是两个相互矛盾的需求，因此在两者间需要选择一个平衡点。这里考察了接触单元数量 $N_c = 7, 14, 28$ 三种情况时迟滞回线的变化情况，如图 5 所示。在绘制迟滞回线时，取用简化

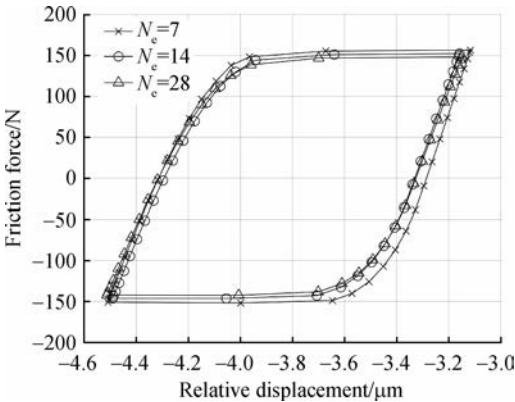


图 5 接触单元数量对迟滞回线的影响

Fig. 5 Effect of contact element number on hysteresis loop

叶根模型右侧接触面最下方的节点(1 号节点)作为相对位移计算的参考点,摩擦力为右侧接触面上的总摩擦力。

图 5 表明三种接触单元数量下迟滞回线差别不大,使用 14 和 28 个接触单元进行计算,迟滞回线已经非常接近。因此,可以认为 14 个接触单元已经能够很好地描述接触面间的相互作用关系。在之后的计算中,二维简单模型的接触单元均为 14 个。

2.2 参考点的选择的影响

微滑移模型中使用了很多接触单元来模拟接触面上的交互作用,而在各个接触点处的相对运动各不一样。因此,在绘制迟滞回线时,参考点的选择对迟滞回线的形状会有很大影响。如若进行绘制试件接触的迟滞回线的试验,不可能对所有节点进行测试。在此计算中,考察了不同参考点处的迟滞回线,并选择合适的参考点来分析接触面的微滑移性能。图 6 中使用了三个不同的参考点来绘制迟滞回线(序号见图 4)。远离载荷处节点 1 的相对位移比近处节点 15 的要小,因此使用节点 1 来绘制迟滞回线得到的微滑移区域比使用节点 15 大。使用节点 8 能够很好地描述干摩擦接触问题中的微滑移转换的信息,在接下来的讨论中均使用这个中间节点。

图 6 中还可以发现,二维简化叶根模型右侧接触面上的迟滞回线关于零点并不成对称分布。这是因为叶根模型并不是一个刚体,其在正压力的影响下产生的变形影响了相对位移,使之发生了整体偏移。

三个周期内右侧所有接触单元的接触状态的变化情况可见图 7。靠近加载边的单元常处于滑动状态,而另一边的单元则常处于黏滞状态。整

个接触面在运动的过程中会出现滑移和黏滞共存的情况,即说明接触面上发生了微滑移现象。

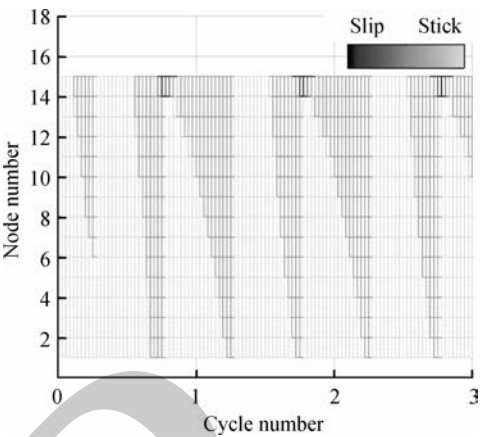


图 7 接触状态的变化
Fig. 7 Variation of contact status

2.3 切向载荷的影响

切向载荷能影响接触面上的最大相对位移。在考虑切向载荷影响的时候,可以使用载荷控制的方法,改变载荷幅值来进行计算。这里采用 24、25、26 MPa 三种切向载荷来研究切向载荷对微滑移的影响,并采用图 4 中的 8 号节点作为参考点绘制了不同的迟滞回线,如图 8 所示。

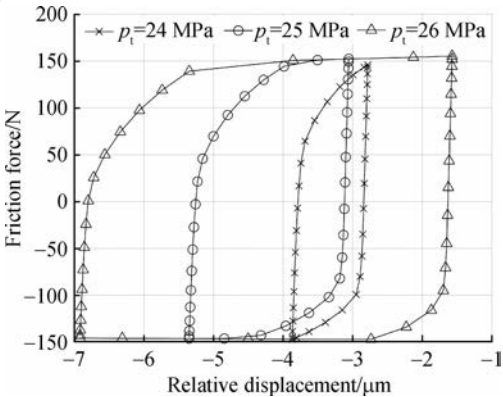


图 8 切向载荷的影响
Fig. 8 Effect of tangential loads

图 8 中的结果与直观感觉相符,切向载荷越大,相对位移的幅值也就越大。而由于法向压力的存在,相对位移里面有一部分负值常量,这导致迟滞回线向负的相对位移区域偏移。图 8 中可以发现,当切向载荷增加时,较低摩擦力水平下就开始发生微观滑移。而且微观滑移开始后迟滞回线上有一个二次斜率,这与文献中用试验获得的迟滞回线中的斜率类似。此二次斜率来自于没有进

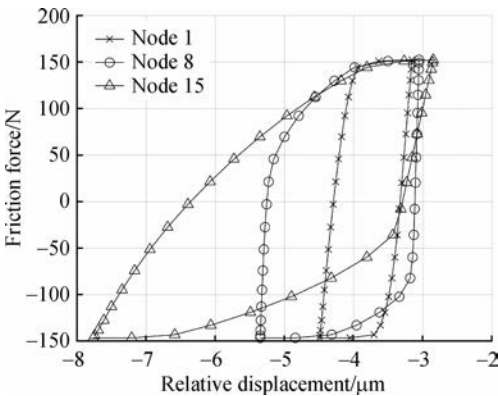


图 6 参考点选择的影响
Fig. 6 Effect of choice of reference point

行相对运动的那部分接触面上的残余刚度。

2.4 接触参数的影响

本小节分析摩擦因数、法向和切向接触刚度对迟滞回线中微滑移的影响。

从图 9 中可以发现法向接触刚度(k_n)的降低会明显增加相对位移和微滑移区域的大小。

切向接触刚度(k_t)的变化对微滑移的影响如图 10 所示。黏滞区的斜率随切向接触刚度发生变化。当切向接触刚度较小时,此斜率几乎与切向接触刚度的变化成正比。而当切向接触刚度较大时,此斜率的变化几乎可以忽略,因为这种情况下材料的弹性占主导地位。当切向接触刚度增加时,微滑移区域有减小的趋势。这是因为切向接触刚度的增加导致接触点更容易达到其临界的摩擦应力水平,因而更早地进行类似刚体运动的宏观滑移。

摩擦因数(μ)和正压力(p_n)对微滑移的影响如图 11 所示。实际上这两个参数决定了摩擦接

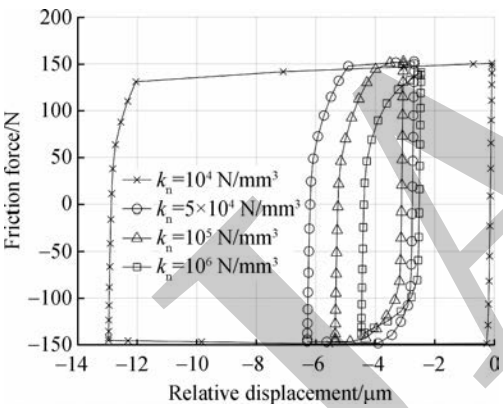


图 9 法向接触刚度的影响

Fig. 9 Effect of normal contact stiffness

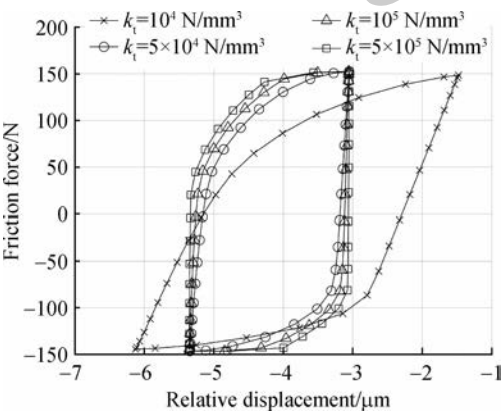


图 10 切向接触刚度的影响

Fig. 10 Effect of tangential contact stiffness

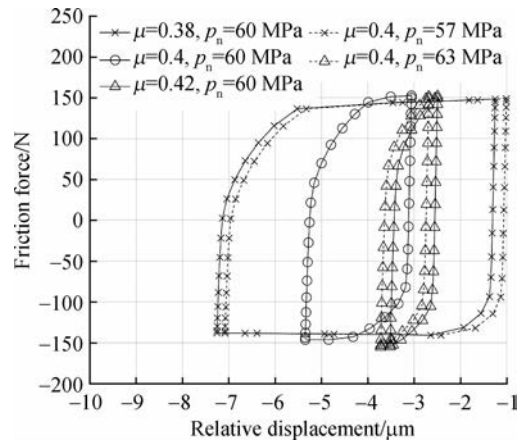


图 11 摩擦因数和正压力的影响

Fig. 11 Effect of friction coefficient and normal loads

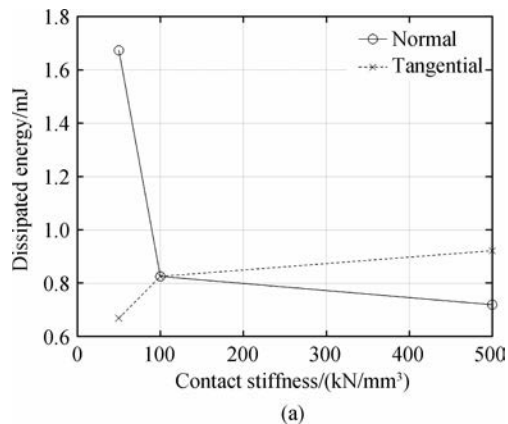
触面上节点的临界摩擦力。这两个参数对应的迟滞回线不能完全重合,但变化趋势是一样的。当其增加时,相对位移的振幅下降,而微滑移区域增加。迟滞回线受正压力和摩擦因数影响,但这个影响并不完全一样。因为正压力会导致结构发生弹性变形,改变模型中的应力场,而这些变化会对相对位移有额外的影响。

2.5 耗散能

带干摩擦阻尼结构的减振主要是通过接触面上的能量耗散来达到,因此耗散能决定了结构在达到共振时的阻尼性能。接触面上一个周期的耗散能可以通过式(3)获得。

图 12 是接触参数影响下耗散能的变化情况。图 12(a)中可以看出,在所考虑范围内,切向接触刚度使得耗散能增加。因为切向接触刚度的增加使得微滑移开始时的滑移区域更大,造成的相对滑移距离增大,法向接触刚度对其影响刚好相反。

随着正压力的增大,当摩擦力达到最大值之后,由于微滑移面积减小,耗散能开始减小(图 12(b))。当正压力足够大之后,它能完全抑制微滑



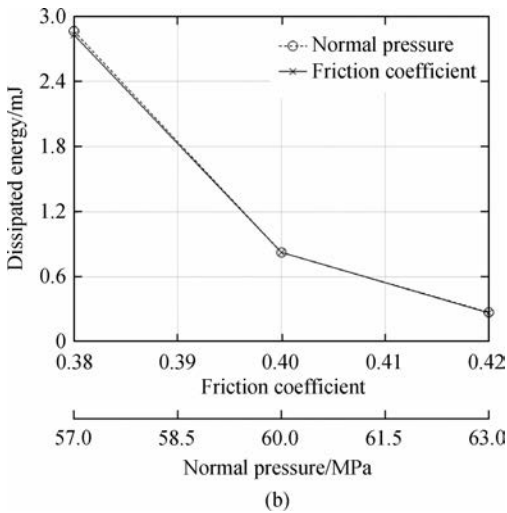


图 12 接触参数对耗散能的影响

Fig. 12 Effect of contact parameters on dissipation energy

移,耗散能趋于不变。摩擦因数对耗散能的影响与正压力类似。

3 结 论

本文采用二维简化叶根模型对叶根连接处微滑移阻尼影响进行了数值研究。研究了接触表面参数、不同载荷情况对干摩擦微滑移性能的影响。本文为干摩擦阻尼性能的研究提供了一种新的思路和方法,从迟滞回线及耗散能的角度考察微滑移性能,其结果可为干摩擦阻尼减振设计中连接参数的设置提供参考。数值研究结果表明:叶根连接接触面间存在微滑移现象,并且其影响不可忽略,通过改变各种参数的设置可以改变干摩擦的微滑移性能,提高预测结果的准确性。

使用了二维叶根模型探究了接触单元网格分配对计算精度的影响。接触面间多对接触单元能够模拟微滑移,而接触单元的数量对结果的精度有影响。同时,在接触面上不同参考点能获得不同形状的迟滞回线。

二维有限元模型能够用来分析运动过程中接触面上的微滑移性能。载荷、接触刚度以及摩擦因数对微滑移性能均有影响。各个建模参数和摩擦参数对叶根连接的微滑移性能的影响能用一个周期内的耗散能体现出来。

参考文献:

[1] FIRRONE C M,ZUCCA S,GOLA M M. The effect of underplatform dampers on the forced response of bladed disks by a coupled static/dynamic harmonic balance method[J]. International Journal of Non-Linear Mechanics

2011,46(2):363-375.
[2] PETROV E P. Explicit finite element models of friction dampers in forced response analysis of bladed disks[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power,2008,130(2):022502. 1-022502. 11.
[3] 李琳,刘久周,李超. 干摩擦阻尼器对宽频多阶次激励减振效果分析[J]. 航空动力学报,2016,31(9):2171-2180.
LI Lin,LIU Jiuzhou,LI Chao. Analysis on damping effect of dry friction damper under wideband multi-harmonic excitation[J]. Journal of Aerospace Power,2016,31(9):2171-2180. (in Chinese)
[4] 魏大盛,王延荣. 榫连结构接触面几何构形对接触区应力分布的影响[J]. 航空动力学报,2010,25(2):407-411.
WEI Dasheng,WANG Yanrong. Effect of profile of contact surface on the stress distribution for tenon jointing in blade disk assemblies[J]. Journal of Aerospace Power,2010,25(2):407-411. (in Chinese)
[5] PETROV E P,EWINS D J. Effects of damping and varying contact area at blade-disc joints in forced response analysis of bladed disc assemblies [R]. ASME Paper GT2005-68936,2005.
[6] GRIFFIN J H. A review of friction damping of turbine blade vibration[J]. International Journal of Turbo and Jet Engines,1990,7(3/4):297-308.
[7] 李琳,刘久周,李超. 航空发动机中的干摩擦阻尼器及其设计技术研究进展[J]. 航空动力学报,2016,31(10):2305-2317.
LI Lin,LIU Jiuzhou,LI Chao. Review of the dry friction dampers in aero engine and their design technologies[J]. Journal of Aerospace Power,2016,31(10):2305-2317. (in Chinese)
[8] GRIFFIN J H. Friction damping of resonant stresses in gas turbine engine airfoils[J]. Journal of Engineering for Power,1980,102(2):329-333.
[9] CAMERON T M,GRIFFIN J H,HOOSAC T M,et al. An integrated approach for friction damper design[J]. Journal of Vibration and Acoustic,1990,112(2):175-182.
[10] IWAN W D. The dynamic response of bilinear hysteretic systems[D]. Pasadena:California Institute of Technology,1961.
[11] YANG B D,MENQ C H. Characterization of contact kinematics and application to the design of wedge dampers in turbomachinery blading:Part 1 stick-slip contact kinematics[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power,1998,120(2):410-417.
[12] YANG B D,MENQ C H. Characterization of contact kinematics and application to the design of wedge dampers in turbomachinery blading:Part 2 prediction of forced response and experimental verification[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power,1998,120(2):418-423.
[13] SANLITURK K Y,EWINS D J. Modelling two-dimensional friction contact and its application using harmonic

- balance method[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1996, 193(2): 511-523.
- [14] MENQ C H, YANG B D. Non-linear spring resistance and friction damping of frictional constraint having two-dimensional motion[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, 217(1): 127-143.
- [15] SCHWINGSHACKL C W, PETROV E P, EWINS D J. Measured and estimated friction interface parameters in a nonlinear dynamic analysis[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2012, 28(2): 574-584.
- [16] YANG B D, MENQ C H. Characterization of 3D contact kinematics and prediction of resonant response of structures having 3D frictional constraint[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, 217(5): 909-925.
- [17] PETROV E P, EWINS D J. Generic friction models for time-domain vibration analysis of bladed discs[R]. ASME Paper GT2003-38475, 2003.
- [18] SCHWINGSHACKL C W, PETROV E P, EWINS D J. Effects of contact interface parameters on vibration of turbine bladed disks with underplatform dampers[R]. ASME Paper GT2011-45609, 2011.
- [19] CROOK P, FARMER H N. ASM handbook: Volume 18 friction, lubrication, and wear technology [M]. Geauga County, US: ASM International Materials Park, 1992: 758-765.
- [20] MENQ C H, BIELAK J, GRIFFIN J H. The influence of microslip on vibratory response; Part I a new microslip model[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1986, 107(2): 279-293.
- [21] SANLITURK K Y, EWINS D J, STANBRIDGE A B. Underplatform dampers for turbine blades; theoretical modeling, analysis, and comparison with experimental data[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2001, 123(4): 919-929.
- [22] SEXTRO W. The calculation of the forced response of shrouded blades with friction contacts and its experimental verification[C]// *Proceedings of 2nd European Nonlinear Oscillation Conference*. Prague, Czech Republic: ASCR, 1996: 9-13.
- [23] PETROV E P, EWINS D J. Analytical formulation of friction interface elements for analysis of nonlinear multi-harmonic vibrations of bladed discs[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2003, 125(2): 364-371.
- [24] PETROV E P, EWINS D J. Advanced modeling of underplatform friction dampers for analysis of bladed disk vibration[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2007, 129(1): 143-150.
- [25] SCHWINGSHACKL C W, PETROV E P. Modelling of flange joints for the nonlinear dynamic analysis of gas turbine engine casings[J]. *Journal Engineering Gas Turbine Power*, 2012, 134(12): 122504. 1-122504. 9.
- [26] KRACK M, TATZKO S, SCHEIDT P V, et al. Reliability optimization of friction-damped systems using nonlinear modes[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2014, 333(13): 2699-2712.
- [27] SCHWINGSHACKL C W, PETROV E P, EWINS D J. Validation of test rig measurements and prediction tools for friction interface modelling[R]. ASME Paper GT2010-23274, 2010.
- [28] SCHWINGSHACKL C W, NATOLI A. Explicit modelling of microslip behaviour in dry friction contact[C]// *34th IMAC (International Modal Analysis Conference) and Exposition on Structural Dynamics*. Orlando, US: Springer, 2016: 265-272.

(编辑:陈 越)